

# Enseigner la **proportionnalité** au cycle 3

Groupe mathématiques départemental de  
Seine Maritime

Circonscription de Maromme Année 2018-2019

Karine Sonn Conseillère Pédagogique de la Circonscription de Maromme

Claire Lommé Enseignante et Formatrice académique en mathématiques



Quand on vous dit :

# proportionnalité

A quoi pensez-vous ?

La proportionnalité en vidéo :

En quoi la vidéo que vous allez visionner  
aborde-t-elle le concept de  
proportionnalité ?





## Maroc : l'usine Dacia trois fois moins chère que celle de Roumanie

Renault, en pleine accélération grâce à son site Dacia de Tanger, classe ce pôle ouvert en 2012 dans le top 5 de ses usines les plus performantes et rentables.

LE POINT AUTO AVEC AFP

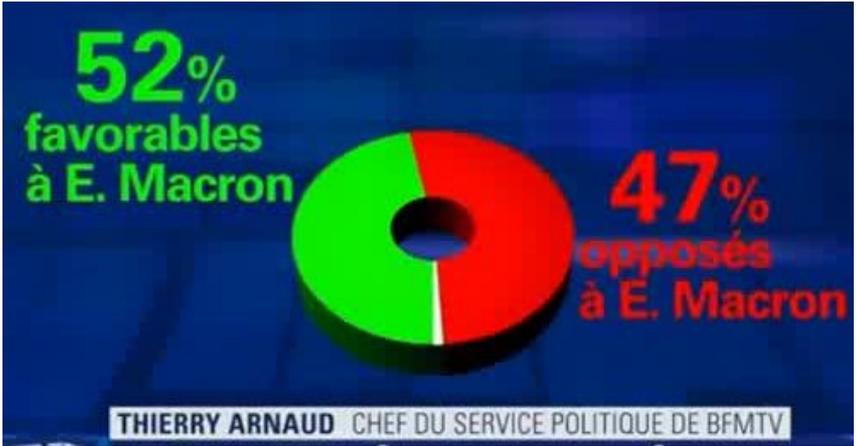
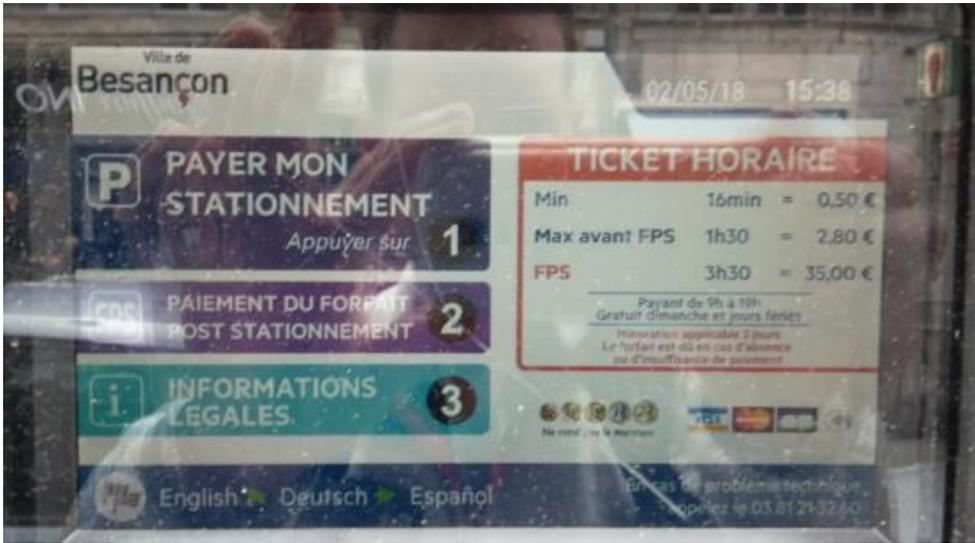
Modifié le 04/04/2018 à 11:38 - Publié le 04/04/2018 à 11:24 | Le Point.fr



PANNEAU RETIRE APRES L'EXPOSITION  
**LA JOURNÉE DU TAPIS PERSAN** **10h - 19h**  
*En provenance des entrepôts des Douanes de Paris*  
  
**-50%**  
**1 Acheté = 3 Offerts**  
**DIMANCHE 28 FEVRIER**  
**178 BLD VINCENT AURIOL**  
**PARIS 13ème**



200% A5>>A3	141% A4>>A3 A5>>A4	127% Folio >>A3
90% Folio >>A4	70% A3>>A4 A4>>A5	50%
100%	Auto	Autres >
Auto	Normal 0	
Sélection du papier	Zoom	Densité



Tarte aux champignons

---

pour 6 pers : 300g de pâte - 300g de champignons  
 4 échalotes - 40g de beurre - 3 grosses cuil de crème  
 fraîche - 3 œufs - sel. poivre.

Faire revenir les échalotes ds une poêle avec  
 un peu de beurre (doucement) - ajouter les champi-  
 gnons hachés, saler et poivrer. Mélanger bien

La proportionnalité, un concept  
fondamental et difficile.

Alors entrons dans le vif du sujet, avec  
des questions flash (CM1-CM2)



**3 objets identiques pèsent ensemble 7 kg.**

**CM1**

**Combien pèsent ensemble 30 de ces objets ?**

**CM2**

**Combien pèsent ensemble 60 de ces objets ?**



**7 objets identiques pèsent ensemble 5 kg.**

**CM1**

**Combien pèsent ensemble 21 de ces objets ?**

**CM2**

**Combien pèsent ensemble 420 de ces objets ?**



**10 objets identiques pèsent ensemble 42 kg.**

**CM1**

**Combien pèsent ensemble 5 de ces objets ?**

**CM2**

**Combien pèsent ensemble 15 de ces objets ?**



**10 objets identiques pèsent ensemble 45 kg.**

**CM1**

**Combien pèsent ensemble 2 de ces objets ?**

**CM2**

**Combien pèsent ensemble 3 de ces objets ?**

**7 objets identiques pèsent ensemble 28 kg.**

**CM1**

**Combien pèsent ensemble 2 de ces objets ?**

**CM2**

**Combien pèsent ensemble 9 de ces objets ?**

1. Résolution individuelle des deux problèmes proposés, en utilisant plusieurs procédures différentes si possible.
1. Mise en commun des procédures utilisées, par groupes.
2. Analyse tous ensemble !

**LA CONSIGNE**

## Enoncé 1

Dans le livre de recettes de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

### Pour 15 crêpes

300 g de farine  
3 œufs  
75 cL de lait  
2 cuillères à soupe d'huile

### Pour 25 crêpes

500 g de farine  
5 œufs  
125 cL de lait  
5 cuillères à soupe d'huile

Mais Corentin veut faire seulement 10 crêpes.

Quelles sont les quantités nécessaires pour chaque ingrédient, pour réaliser 10 crêpes ?

## Enoncé 2

Une entreprise fabrique des boulons. Avant de les mettre dans une boîte, une machine vérifie le bon nombre de boulons en les pesant. Pour un paquet de 10 boulons, la machine a été réglée pour vérifier que la masse est de 178 g. Une autre machine fait des paquets de 3 à partir des mêmes boulons.

Quelle masse faut-il régler sur cette machine pour vérifier qu'il y a bien 3 boulons par paquet ?



Dans le livre de recettes de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

**Pour 15 crêpes**

300 g de farine  
3 œufs  
75 cL de lait  
2 cuillères à soupe d'huile

**Pour 25 crêpes**

500 g de farine  
5 œufs  
125 cL de lait  
5 cuillères à soupe d'huile

Mais Corentin veut faire seulement 10 crêpes.  
Quelles sont les quantités nécessaires pour chaque ingrédient, pour réaliser 10 crêpes ?



Pour 10 crêpes, il faut :  
200g de farine,  
2 œufs  
50 mL de lait  
2 cuillères à soupe d'huile

**LES CRÊPES**

Une entreprise fabrique des boulons. Avant de les mettre dans une boîte, une machine vérifie le bon nombre de boulons en les pesant. Pour un paquet de 10 boulons, la machine a été réglée pour vérifier que la masse est de 178 g.

Une autre machine fait des paquets de 3 à partir des mêmes boulons.

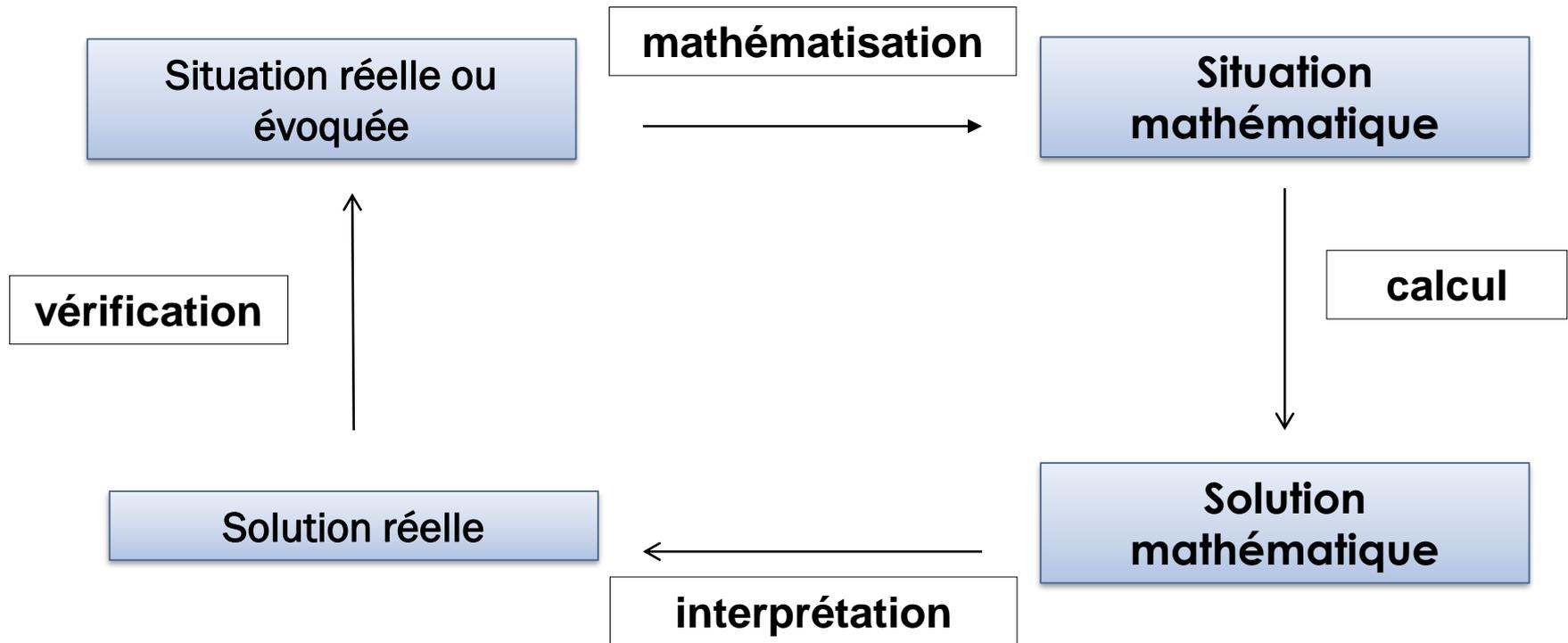
Quelle masse faut-il régler sur cette machine pour vérifier qu'il y a bien 3 boulons par paquet ?



Pour avoir 3 boulons dans une boîte, il faut régler la machine sur 53,4 g.

**LES BOULONS**

# LA PROPORTIONNALITÉ : UNE MODÉLISATION DU RÉEL.



## **Modéliser**

- utiliser les mathématiques pour **résoudre** quelques **problèmes** issus de situations de la **vie quotidienne** ;
- **reconnaître et distinguer des problèmes** relevant de situations additives, multiplicatives, de **proportionnalité**;

.../ ...

# Exemple de cycle de modélisation

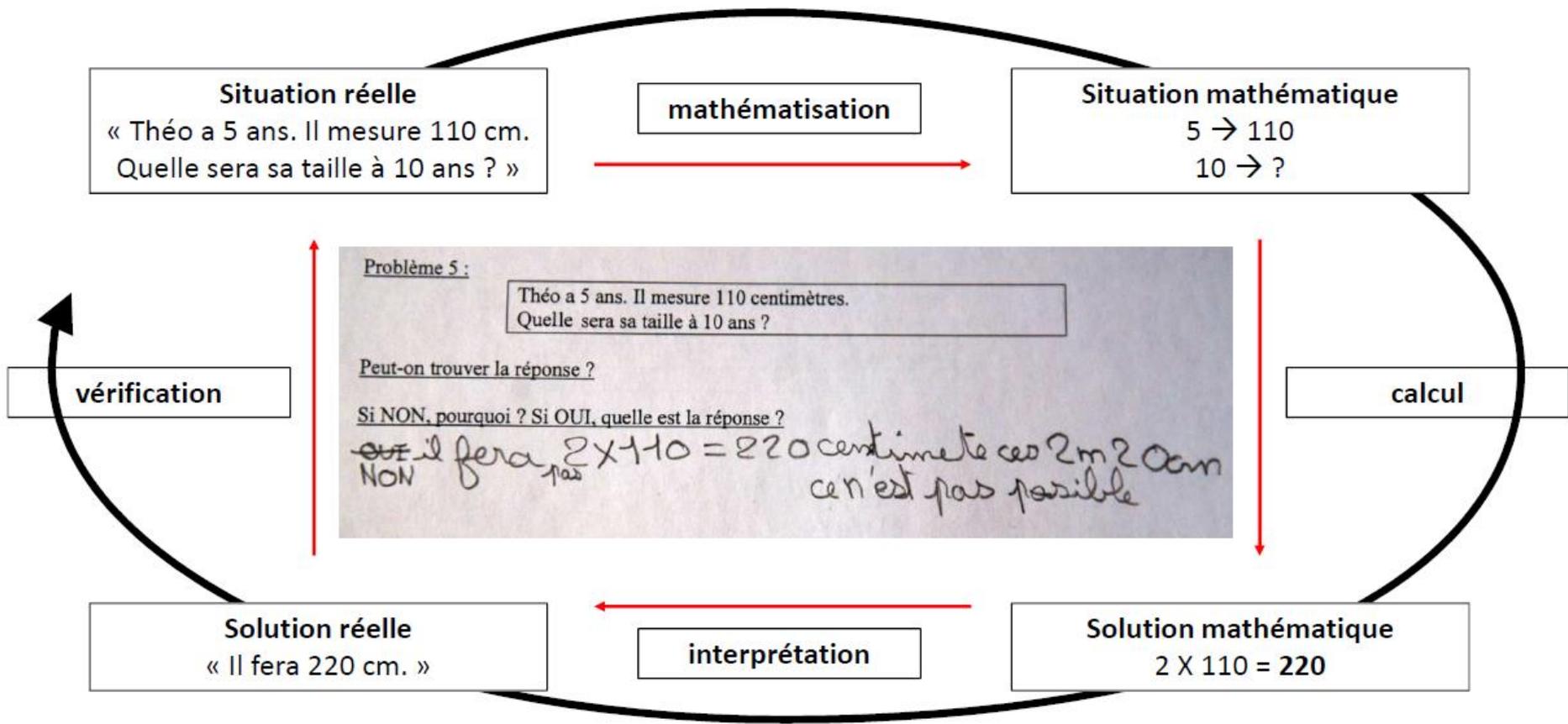
Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.  
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ il fera  $2 \times 110 = 220$  centimètres ce qui est 2m20cm  
NON ce n'est pas possible



# Deux grandes procédures associées à une situation de proportionnalité



Retour sur les crêpes ...

Dans l'énoncé, je peux mettre en avant les **correspondances** suivantes :

15 crêpes → 300 g de farine  
+  
25 crêpes → 500 g de farine  
-----  
40 crêpes → 800 g de farine

ou

25 crêpes → 500 g de farine  
-  
15 crêpes → 300 g de farine  
-----  
10 crêpes → 200 g de farine

La fonction qui associe à un nombre de crêpes donné la quantité de farine nécessaire est **une fonction linéaire.**



Illustration : Fabrice Erre

# La linéarité

Retour sur les crêpes ...

Je peux aussi obtenir une nouvelle correspondance à partir d'une autre en multipliant les grandeurs par le même nombre.

10 crêpes  $\rightarrow$  200 g de farine

x 4    ↓                      ↓                      x 4

40 crêpes  $\rightarrow$  800 g de farine

La fonction qui associe à un nombre de crêpes donné la quantité de farine nécessaire est **une fonction linéaire.**



Illustration : Fabrice Erre

# La linéarité

Domaine « Nombres et calculs » 12 fois 25 ?

*Procédure additive :*

« 10 fois 25 c'est 250 ; 2 fois 25 c'est 50

donc 12 fois 25, c'est 250 plus 50 donc c'est 300 »

*Procédure multiplicative :*

« Je sais que 4 fois 25 c'est 100 et que 12 c'est 3 fois plus que 4

donc  $12 \times 25$  c'est 3 fois plus que 100 donc c'est 300 »

La linéarité

## Domaine « Grandeurs et mesures »

Je sais que 5 kg de pommes de terre coûtent 6,40 € et que 3 kg des mêmes pommes de terres coûtent 3,84 €.

Si je cherche le prix de 8 ou de 2 kg ... procédure additive

Si je cherche le prix de 9 ou de 25 kg ... procédure multiplicative

La linéarité

Dans une situation de proportionnalité, le rapport commun entre les nombres qui se correspondent est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Nombre de boulons	10	17,8	3
Masse en g	178	17,8	?



$$\times 17,8$$

8

Attention à ne pas  
systématiser les tableaux

Proportion et  
coefficient de proportionnalité

Si 3 bonbons valent 2,46 € alors 10 bonbons valent 8,10 €  
Si 2 bonbons valent 4,92 € alors 10 bonbons valent 24,60 €  
Si 10 bonbons valent 24,60 € alors 100 bonbons valent 246,00 €

Le taxi roule à vitesse constante. Pour un trajet de 2,30 km il lui faut 3 minutes.  
Pour un trajet de 4,60 km il lui faut 6 minutes.  
Pour un trajet de 6,90 km il lui faut 9 minutes.  
Pour un trajet de 9,20 km il lui faut 12 minutes.  
Pour un trajet de 11,50 km il lui faudra 15 minutes.

Si 3 cm sur la carte représentent 2,46 km dans la réalité, 6 cm sur la carte représentent 4,92 km dans la réalité.  
Si 3 cm sur la carte représentent 2,46 km dans la réalité, 10 cm sur la carte représentent 8,10 km dans la réalité.  
Si 3 cm sur la carte représentent 2,46 km dans la réalité, 15 cm sur la carte représentent 12,30 km dans la réalité.

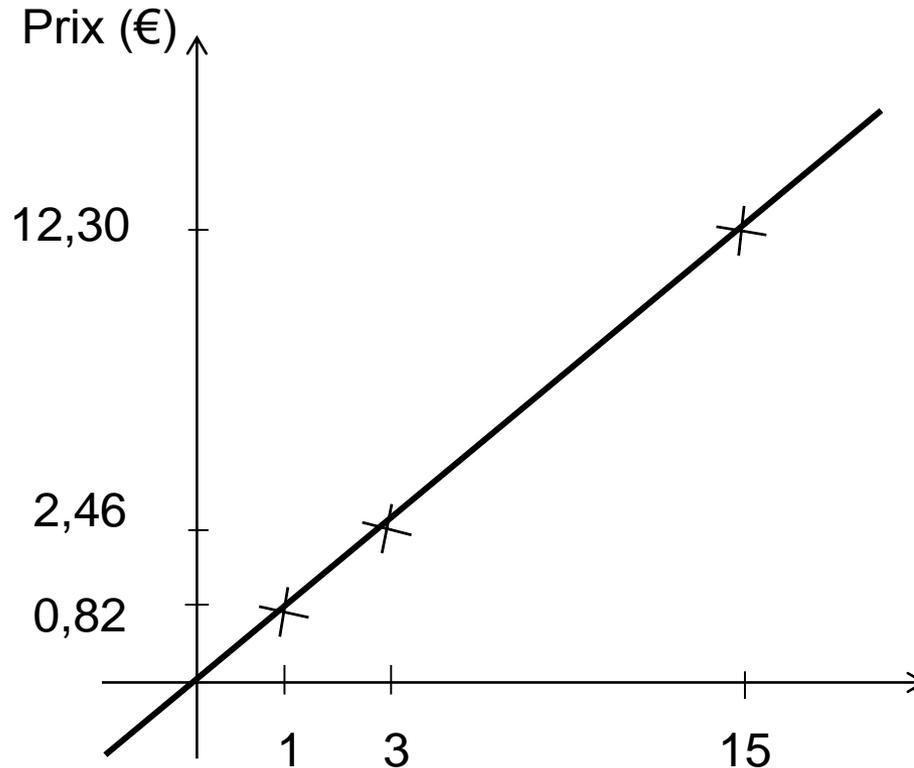
**fonction linéaire  $f$  sous jacente à ces situations définie par  $f(x) = 0,82x$**

# Modélisation de la proportionnalité

Nombre de bonbons	3	15	1
Prix à payer	2,46	12,30	0,82



$\times 0,82$



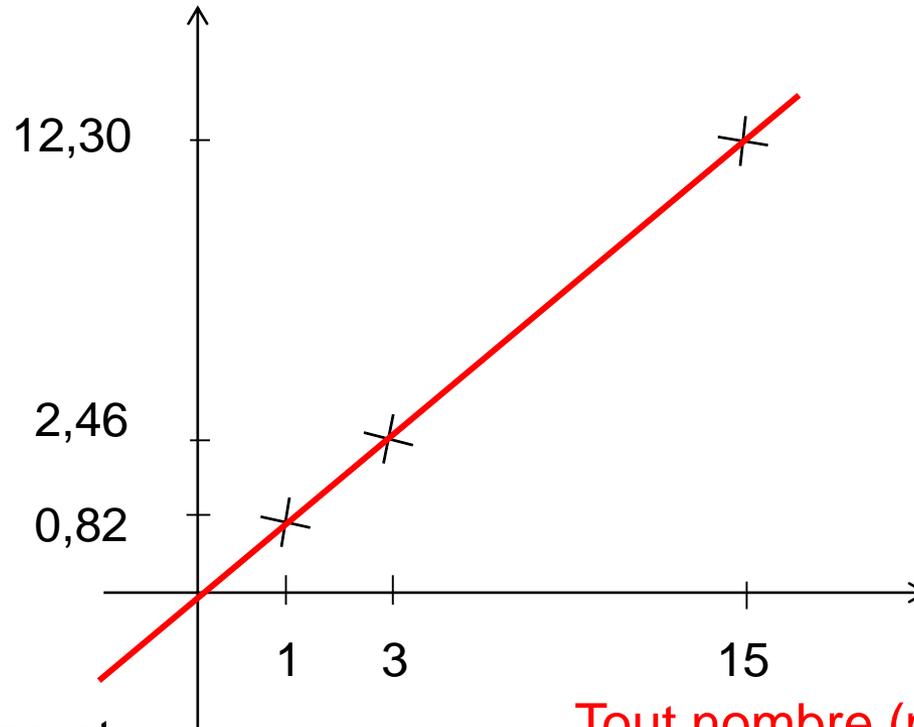
Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine...

Nombre de bonbons

# Représentations graphiques

Si 3 bonbons valent  
2,46 euros...

Si le taxi met 3 minutes  
pour faire 2,46km..



Entiers : cadre discret

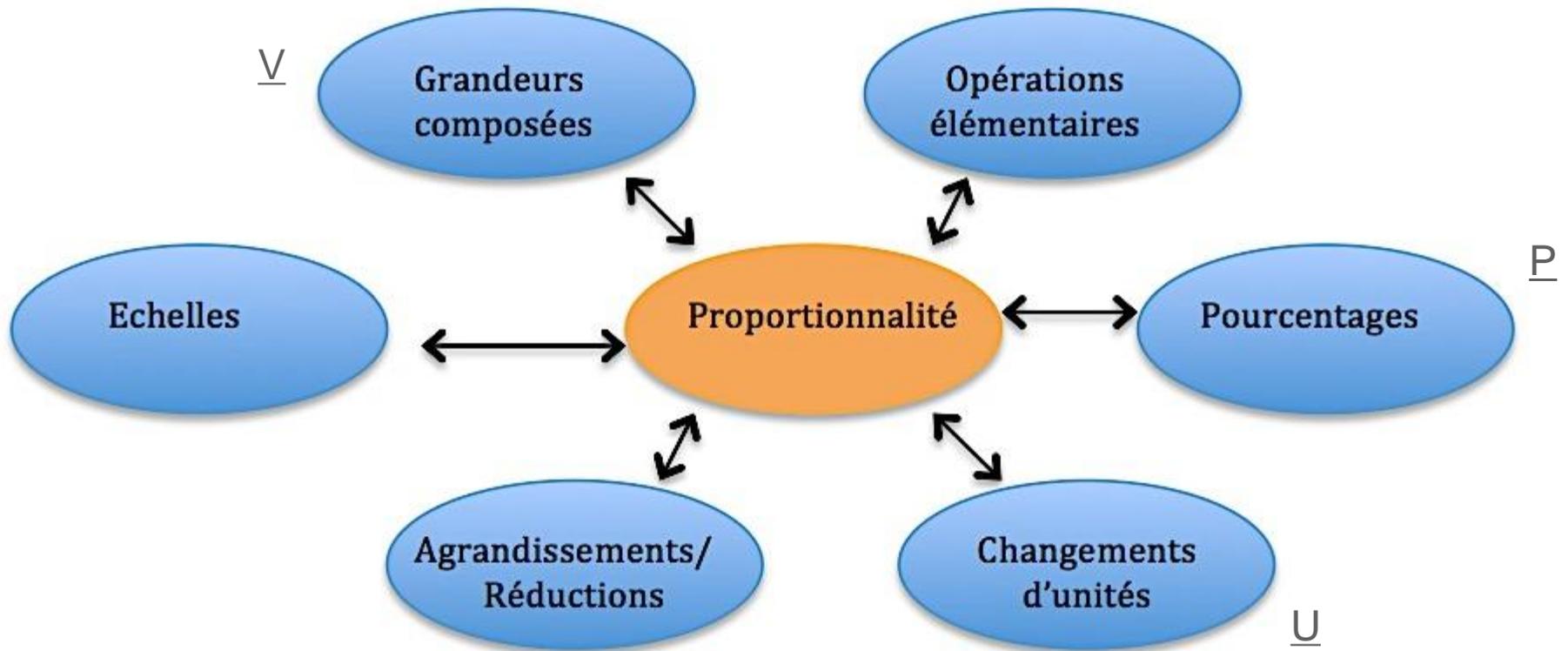
Tout nombre (positif...) : cadre continu

Représentations graphiques

# Difficulté du rapport entre réalité et modèle



**ATTENTION** aux **implicites** des situations dites « **concrètes** ». Lorsque l'on fait des maths, on se place généralement dans **un cadre idéal** que l'on doit **explicitier** (régulièrement) !



## AUTOUR DE LA PROPORTIONNALITÉ

Définir la proportionnalité ?



### Méthode 1

## Avec un tableau de proportionnalité

**ÉNONCÉ** Compléter le tableau de proportionnalité.

2	4	6	
5	10	15	35

**SOLUTION**

2	4	6	4
5	10	15	35
$5 \times 2$	$5 \times 10$		

**CONSEIL**

On peut, si les valeurs s'y prêtent, utiliser les nombres déjà donnés :

- en additionnant ou soustrayant des colonnes
- en multipliant ou divisant les valeurs d'une colonne par un nombre choisi.

### Méthode 2

## Avec un coefficient de proportionnalité

**ÉNONCÉ** Compléter le tableau de proportionnalité.

5	3	9	23	31
	3			

**SOLUTION**

Le coefficient de proportionnalité vaut 0,6 car  $3 : 5 = 0,6$ . On applique ensuite ce coefficient. Par exemple  $9 \times 0,6 = 5,4$ .

5	3	9	23	31
3	1,8	5,4	13,8	18,6

**CONSEIL**

Quand plusieurs valeurs sont à trouver, on peut calculer puis utiliser le coefficient de proportionnalité. Ce coefficient s'obtient en faisant un retour à l'unité.

### Méthode 3

## Avec l'égalité des « produits en croix »

**ÉNONCÉ** Compléter le tableau de proportionnalité.

6	210
7	

**SOLUTION**

D'après l'égalité des « produits en croix » :

$$7 \times 210 = 6 \times a$$

$$4^{\circ} \text{ } 7 \times 210 = 6 \times a \Rightarrow a = 245$$

6	210
7	a

**CONSEIL**

Quand les méthodes précédentes sont inadaptées et qu'il y a peu de valeurs à trouver, on peut effectuer les « produits en croix ».

### Avec la Méthode 1

**1** Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

24	10	14	...	4	...
60	25	...	85	...	65

**2** Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

2	3	5	...	8	10
3	4,5	...	75	...	...

**3** Une voiture consomme 9,6 L de carburant tous les 200 km.

Calculer la consommation pour :

a. 400 km    b. 600 km    c. 1 200 km

**4** Dans une recette de cuisine prévue pour 4 personnes, il faut 150 g de farine.

Aider Emma à calculer la quantité de farine nécessaire pour :

a. 2 personnes    b. 6 personnes    c. 14 personnes

### Avec la Méthode 2

**5** Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant le coefficient indiqué.

4	5	7	...	$\times 1,5$
6	...	...	21	...

**6** Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant un coefficient.

3	5	7	...	
9	...	...	33	

**7** On désire agrandir les côtés d'un polygone. Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

Longueur initiale	5	7	6,5	8
Longueur finale	7	...	...	...

**8** Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant un coefficient.

2	5	9	...	...
2,2	...	...	27,5	41,8

### Avec la Méthode 3

**9** Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

Laquelle de ces égalités peut-on écrire ?

a.  $5 \times a = 2 \times 1,7$

b.  $2 \times a = 5 \times 1,7$

c.  $5 \times 2 = 1,7 \times a$

2	1,7
5	a

**10** Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ?

3	4,5
11	16

**11** Neuf vedettes fluviales transportent habituellement huit cent un touristes au total. Si quatre d'entre elles sont en révision, combien de touristes pourront être transportés au total ?

**12** Reproduire et compléter les trois tableaux de proportionnalité.

7	9	6	7	2,3	4
3	2	8	7	7	7

**13** Quatorze pommiers produisent annuellement 770 kg de pommes. Quelle serait la production, en kg, de quatre pommiers ?

**14** Trois chaînes de montage produisent cent deux véhicules en une journée. Combien de véhicules quatre chaînes produiraient-elles en une journée ?

# ATTENTION !

# Attention

**Le sens** de la proportionnalité ne doit pas se perdre au profit d'une **représentation** (tableau ou représentation graphique) ni d'une **technique**.

Pour parler de proportionnalité **avec des élèves** (cycle 3 et 4) il est important de **ne pas systématiser la représentation sous forme de tableau** de nombres.

Pour parler de proportionnalité avec **des personnes initiées** (étudiants, enseignants...) et lorsque les implicites sont levés, nous pouvons nous permettre de résumer les situations sous forme de tableau.

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.

Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

**ÉTUDE DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES**

<b>Procédures utilisées (à nommer et à décrire)</b>	<b>Réussites</b>	<b>Erreurs</b>	<b>Etayage à apporter pendant la séance</b>





éduscol Informer et accompagner  
les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

## Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de **permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures**, s'appuyant toujours sur le **sens**, parmi lesquelles il **pourra choisir en fonction des nombres en jeu** dans le problème à résoudre.

Lors des mises en commun et des corrections collectives, **la comparaison de différentes procédures** doit permettre aux élèves **d'acquérir ces différentes procédures** et de prendre conscience dans un problème, **qu'en fonction des nombres en jeu certaines sont plus efficaces** que d'autres : demandant moins de calculs, ou faisant appel à des calculs plus simples, elles permettent de **gagner en rapidité et de diminuer le risque d'erreurs.**

## **Points d'attention pour enseigner la proportionnalité :**

- La reconnaissance des situations de proportionnalité/non proportionnalité.
- L'enseignement progressif des différentes procédures pour traiter les situations de proportionnalité.
- Les relations entre les nombres, comme variable didactique
- La place de l'étayage, de la différenciation...

# Vers le temps 2



**MERCI de votre attention !**

